

Stručný návod k použití doplňku řešitele v MS Excel

Miroslav Rada

1 Úvod a aktivace Řešitele

Řešitel – co to je a proč ho používat? Doplněk Řešitel je vestavěný nástroj Excelu pro řešení úloh lineárního i nelineárního programování. Umožňuje používat tři algoritmy: simplexovou metodu (pro lineární programování), gradientní metodu (pro nelineární hladké problémy), a evoluční algoritmus (pro nehladké problémy).

Výkonem samozřejmě specializovaným solverům nedostačuje, nicméně pro hraní si s modely při výuce se zdá být vhodný. Excel je totiž extrémně flexibilní a přehledný co do organizace a zpracování dat.

Aktivace Řešitele. Na školních počítačích je řešitel ve výchozím stavu deaktivovaný. Je nutné jej aktivovat. To se provede v dialogu možností Excelu následující posloupností nabídek: *Soubor*→*Možnosti*→*Doplňky*→*Přejít*→*Řešitel*.

Řešitel pak bude k dispozici na záložce *Data*.

2 Reprezentace úloh v Řešiteli

Úloha matematického programování. Obecná formulace úlohy matematického programování je: *Je dána účelová funkce závisící na známé sadě proměnných; každá pochází z daného definičního oboru. Jsou dány omezující podmínky (nerovnosti nebo rovnosti), které proměnné musí splňovat. Najdi optimum zadané účelové funkce na přípustném prostoru (množině kombinací hodnot proměnných, které splňují omezující podmínky).*

Například, v lineárním programování je účelová funkce lineární, proměnné jsou reálné, omezující podmínky jsou lineární nerovnosti nebo rovnosti (a přípustný prostor je konvexní mnohostěn). V celočíselném lineárním programování relace zahrnují i požadavky na celočíselnost (případně tak proměnné mohou být definované). V nelineárním programování mohou být na některé straně nerovností i složitější funkce než jen lineární, stejně tak účelová funkce může být i složitější než lineární.

Fungování řešitele. Řešitel v zásadě funguje takhle.

Uživatel řekne prostřednictvím dialogu Řešitele, v které buňce je účelová funkce, zda se má minimalizovat nebo maximalizovat, řekne, v jakých buňkách jsou hodnoty proměnných a jak vypadají omezující podmínky; omezující podmínka je typicky nějaká relace, která říká, jakých hodnot může nabývat specifická buňka.

Řešitel se snaží měnit hodnoty uvedené v buňkách, které uživatel napíše do pole *Proměnné modelu*. Snaží se je měnit tak, aby co nejvíce zvýšil (nebo snížil) hodnotu buňky specifikované v poli *Účelová funkce*. Současně s proměnnými zachází tak, aby buňky, na které se vztahují omezující podmínky, měly hodnoty splňující požadavky.

Od toho se odvíjí to, jak je nutné Řešitele nastavit.

Specifikace proměnných. Každá proměnná je z pohledu Řešitele uložena v nějaké buňce. Po spuštění řešitele je hodnota buňky přepsána.

Výchozí typ proměnné je reálné číslo. Požadavek na to, aby proměnná byla binární nebo celočíselná, je nutné nastavovat zvlášť v rámci omezujících podmínek.

Kromě toho lze hromadně pro všechny proměnné nastavit, že musí být nezáporné. To lze provést pomocí volby *Nastavit podmínky nezápornosti* pod polem omezujících podmínek.

Specifikace účelové funkce. Do pole *Účelová funkce* se vloží buňka, která osahuje funkci (ta typicky závisí na proměnných modelu).

V buňce *musí* být vzorec. Například, bude-li účelová funkce $\max x$ a proměnná x bude uložena v buňce **A1**, nestačí do *Účelová funkce* vložit **A1**, protože **A1** neobsahuje vzorec. Je nutné do jiné buňky vložit vzorec **=A1**, tuto buňku vybrat jako buňku s účelovou funkcí.

Specifikace omezujících podmínek. Klikne-li uživatel na tlačítko *Přidat*, otevře se jednoduchý dialog pro přidání jedné omezující podmínky. Ten má tři pole: *Levá strana*, nepojmenované pole určující typ relace a *Pravá strana*.

Jako typ relace se dá vybrat buď relace mezi levou a pravou stranou – na výběr jsou nerovnost, rovnost, *různé* (což říká, že levá a pravá strana mají mít různé hodnoty – jde tedy o relaci \neq) – nebo relace, kterou má splňovat levá strana (lze vybrat, že levá strana má nabývat binární, nebo celočíselné hodnoty).

Na levé nebo pravé straně může být buď konstanta (např. 531, 84), jedna buňka (např. **A1**), nebo rozsah buněk (např. **A1:B3**). Jsou-li na obou stranách rozsahy, Excel je chápe jako porovnání po složkách; je proto nutné, aby měly stejný rozměr (např. rozsah **A1:B3** je rozměru 3×2 , je tedy korektní ho porovnávat s jiným rozsahem rozměru 3×2 , např. **CX785:CY787**, ale ne s rozsahem jiného rozměru, např. **D1:F2**).

Řešitel umí na pravé nebo levé straně omezení automaticky vyrobit ze skaláru matici odpovídajícího rozměru v případech, že na druhé straně omezení je rozsah. Lze tedy napsat nalevo **A1:A2** a napravo konstantu 1 (nebo i např. buňku **A3**). Řešitel pak bude porovnávat každou z buněk rozsahu s konstantou nebo zadanou buňkou.

Shrnutí. Pro zadání úlohy do řešitele je nutné:

- rozhodnout, ve kterých buňkách budou uloženy hodnoty proměnných,
- připravit si v nějaké buňce vzorec, který počítá hodnotu účelové funkce v závislosti na proměnných,
- připravit si buňky, které budou obsahovat vzorce nebo konstanty vyjadřující hodnoty levých a pravých stran jednotlivých omezení.

3 Maticové funkce v Excelu

Omezení optimalizačních úloh jsou často zadána v maticové podobě; často je například zadáno omezení typu $Ax \leq b$ pomocí matice A a vektoru pravých stran b . K zápisu takového omezení do řešitele zřejmě lze určitě připravit hodnoty levých stran jednotlivých omezení zvlášť.

Efektivnější a méně pracné ale bývá využít maticových funkcí, které Excel nabízí. Za zřejmě nejzajímavější lze považovat následující tři funkce s názvy, které se vysvětlují samy: TRANSPOZICE, SOUČIN.MATIC a SOUČIN.SKALÁRNÍ. Jejich chování se (vyjma funkce SOUČIN.SKALÁRNÍ, která vrací skalár) v různých verzích Excelu liší. Výsledkem transponování a součinu matic totiž zpravidla je matice. Ve starších verzích Excelu je nutné pro správné fungování nějak říci, jakého rozměru výsledná matice bude.

3.1 Chování v Excelu v rámci Office 365 a Office 2019

V nových verzích Excelu je rozměr výsledné matice při transpozici a násobení matic vypočítán automaticky. Vzorec stačí umístit do levého horního rohu matice, výsledná matice se automaticky doplní.

3.2 Chování v Office 2016 (nainstalován na školních počítačích)

Předpokládejme, že chceme vynásobit matici rozměru 2×3 uloženou v rozsahu A1:C2 s vektorem 3 proměnných uloženým v rozsahu D1:D3. Výsledek bude rozměru 2×1 . Vzorec pro maticový součin je nutné *vložit do všech buněk najednou*. Dejme tomu, že jej chceme vložit do rozsahu buněk E1:E2. To provedeme následovně:

- 1) Označíme cílový rozsah E1:E2.
- 2) Bez toho, aby označení bylo ztraceno, vstoupíme do editace obsahu buňky E1. To lze udělat např. stiskem klávesy **F2**.
- 3) Do buňky vložíme vzorec =SOUČIN.MATIC(A1:C2;D1:D3) a potvrdíme stisknutím klávesové zkratky **ctrl+shift+enter**.

V buňkách E1 a E2 by nyní měl být vzorec uzavřený ve složených závorkách, tj. {=SOUČIN.MATIC(A1:C2;D1:D3)}.

Komplikace a problémy. S používáním maticových funkcí jsou spojené některé záludnosti:

- Funkce nemají rády prázdné buňky. Obsahuje-li některý rozsah buněk, který je argumentem maticové funkce, prázdné buňky, může maticové funkce vrátit chybu typu #NUMBER. Je vhodné buňky vstupních rozsahů přetypovat na čísla nebo do nich doplnit 0.
- Jsou-li vzorce opatřené složenými závorkami, lze je měnit pouze najednou. Tj. opět je nutné označit celý rozsah buněk a na tom pak provádět změny. V opačném případě se objeví chybová hláška „Nelze měnit část matice“.
- Zdá se, že Excel neumí vnořit funkce TRANSPOZICE a SOUČIN.MATIC. Speciálně, nelze provést

`=součin.matic(součin.matic(transpozice(A1:A3);B1:D3);E1:E3).`

4 Příklad

V přiloženém souboru [resitel-bimatice.xlsx](#) najdete příklad bimaticové hry s výplatními maticemi

$$A = \begin{pmatrix} 60 & 60 & 60 \\ 49 & 77 & 84 \\ 47 & 82 & 76 \\ 26 & 19 & 20 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 12 \\ 35 & 7 & 12 \\ 35 & 14 & 6 \\ 70 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Pro nalezení Nashova ekvilibria lze použít úlohu kvadratického programování

$$\max_{x_1 \in \mathbb{R}^4, x_2 \in \mathbb{R}^3, \alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}} x_1^\top (A + B)x_2 - \alpha - \beta$$

$$\text{vzhledem k } Ax_2 \leq \alpha \mathbf{1},$$

$$B^\top x_1 \leq \beta \mathbf{1},$$

$$\mathbf{1}^\top x_1 = 1,$$

$$\mathbf{1}^\top x_2 = 1,$$

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Pro tuto úlohu je známa (globálně) optimální hodnota účelové funkce (ta je rovna 0), je známo, že z každého (globálně) optimálního řešení $(x_1, x_2, \alpha, \beta)$ odpovídají hodnoty (x_1, x_2) Nashovu ekvilibriu a že hodnoty α a β jsou hodnoty výplatních funkcí hráčů pro toto ekvilibrium.

Ekvilibrií může být více. Lze vyzkoušet, že z různých počátečních řešení (z různých výchozích hodnot x_1 a x_2) může řešitel dospět k různým optimům. Některá z těchto optim dokonce ani nemusí být globální; to lze detekovat pomocí záporné účelové funkce.

Na listu „S maticovými funkcemi“ jsou vzorce připravené s využitím maticových funkcí, na listu „Bez maticových funkcí“ bez nich.