

# 4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

## Volební hry

---

MIROSLAV RADA

2. listopadu 2021

Vysoká škola ekonomická v Praze

# Volební (hlasovací) hry

## Situace:

- Máme parlament o  $m$  křeslech, ve kterém je  $n$  politických stran s počty mandátů  $a_1, \dots, a_n$ .
- Pro přijetí návrhu v parlamentu je třeba  $k$  hlasů, kde  $k > \alpha m$  pro nějaké  $0 \leq \alpha \leq 1$ .
- Parametr  $\alpha$  se nazývá *hlasovací pravidlo*.
- Platí (ne)rozumné předpoklady: členové stran hlasují jednotně, členové koalic hlasují jednotně, všechny koalice jsou stejně pravděpodobné.

## Cíl:

- uvažovat situaci jako kooperativní hru a odhadnout sílu hráčů v konfliktu
- charakteristická funkce koalice  $K$  bude zřejmě

$$v(K) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \sum_{i \in K} a_i > \alpha m \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

## Příklad – volební hry

**Zadání:** Mějme politické strany s počty mandátů 52, 34, 69, 28, 47, 43. Spočtěme, jak se mění

- Shapley-Shubikův index síly (Shapleyova hodnota), a
- Banzhafův index síly (Bonus: jde o shapleyovu hodnotu s jednotkovými váhami?)

v závislosti na hlasovacím pravidle  $\alpha$ .

### Indexy síly:

- $S_i = \{K \subseteq N : v(K) = 1 \wedge v(K \setminus \{i\}) = 0\}$  pro všechna  $i \in N$ ,  $e_i = |S_i|$ .
- Shapley-Shubik:

$$s_i = \sum_{K \subseteq S_i} \frac{(|K| - 1)!(n - |K|)!}{n!},$$

- Banzhaf:

$$\beta_i = \frac{e_i}{\sum_{j \in N} e_j}$$