

4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

Rozhodování při neurčitosti

MIROSLAV RADA

Vysoká škola ekonomická v Praze

7. prosince 2016

Rozhodování při neurčitosti

Situace:

- Je dána množina alternativ $X = \{x_1, \dots, x_m\}$.
- Je dána množina stavů světa $S = \{s_1, \dots, s_n\}$.
- Každé dvojici $(x_i, s_j) \in X \times S$ je přiřazena výplata v_{ij} , ty seskupme do matice V .
- Jsme v pozici rozhodovatele, který vybere jednu z alternativ, např. i .
- Po volbě se realizuje jeden ze stavů světa, např. j .
- Získáme v_{ij} peněz.

Cíl:

- Najít způsob výběru alternativy, který bude v nějakém smyslu dobrý.
 - Způsobem výběru rozumíme funkci $k : X \leftarrow \mathbb{R}$ která každé variantě přiřadí hodnotu $k(x_i)$ tak, $k(x_i) > k(x_j)$ znamenalo, že varianta x_i je lepší než varianta x_j .
 - Funkci k nazýváme *kritériem*.

Žádoucí vlastnosti způsobu výběru *dobré* alternativy

Nedominovanost:

- Standardní nedominovanost...

Irelevance nerozlišujícího stavu světa:

- Je-li x_i vybraná alternativa, je x_i vybraná alternativa, přidáme-li stav světa s_l s $v_{1l} = \dots = v_{ml}$.

Irelevance neoptimální alternativy:

- Je-li x_i vybraná alternativa, pak po přidání alternativy x_l je vybraná x_i nebo x_l .

Úplnost vybrané množiny:

- Jsou-li x_i a x_j stejně dobré alternativy, byla by stejně dobrá i alternativa s výplatami $\alpha v_{i1} + (1 - \alpha)v_{j1}, \dots, \alpha v_{in} + (1 - \alpha)v_{jn}$ pro $0 \leq \alpha \leq 1$.

Rozumná kritéria

- Značme $[n]$ množinu $\{1, \dots, n\}$.

Laplaceovo kritérium

- $k(x_i) = \sum_{j \in [n]} v_{ij}$

Waldovo kritérium (maximin)

- $k(x_i) = \min_{j \in [n]} v_{ij}$

Hurwitzovo kritérium (vyvážený optimismus)

- je dán ukazatel optimismu α , $0 \leq \alpha \leq 1$
- $k(x_i) = (1 - \alpha) \min_{j \in [n]} v_{ij} + \alpha \max_{j \in [n]} v_{ij}$

Savageovo kritérium (minimax ztráty)

- zkonstruuje se matice potencionálních ztrát
 $z_{ij} = v_{ij} - \max_{k \in [m]} v_{kj}$,
- $k(x_i) = \min_{j \in [n]} z_{ij}$

Kritérium maximálního polyedru

Motivační citát:

„Princip maximálního polyedru je bezkonkurenčně logicky nejpřesvědčivější princip rozhodování při neurčitosti.“

Miroslav Mañas, Teorie her a konflikty zájmů, 2002, s. 79

Idea:

- Pokud bychom znali pravděpodobnostní rozdělení $p_1, \dots, p_n$ nad stavy světa, mohli bychom varianty srovnat podle očekávané hodnoty.
- Množina všech pravděpodobnostních rozdělení je $\{p \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n p_i, p \geq 0\}$.
- Zjistíme, pro které z nich je nejlepší která varianta a spočtíme je.
- Pokud jsou všechna pravděpodobnostní rozdělení stejně pravděpodobná, zjistíme, co dělat, aby byla největší šance, že podle očekávané hodnoty bude naše volba nejlepší.

$$k_i = \text{vol} \left(\left\{ p \in \Delta_n : \sum_{j=1}^n p_j a_{ij} \geq \sum_{j=1}^n p_j a_{\ell j}, \ell = 1, \dots, m \right\} \right),$$

kde

- $\Delta_n = \{p \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n p_i, p \geq 0\},$
- vol je $(n - 1)$ -dimenzionální objem.