

4EK421 – cvičení č. 6 – nekonečné hry – symetrie, oligopol

Symetrická hra. Mějme hru s konstantním součtem $H = \{\{1, 2\}, \{X, X\}, \{f_1, -f_1\}\}$. Pokud pro každé $x, y \in X$ platí $f_1(x, y) = -f_1(y, x)$, nazveme hru H *symetrickou*.

Dokažme, že pokud má symetrická hra NE (x^*, y^*) , pak $f_1(x^*, y^*) = 0$.

Hra o největší číslo. Mějme hru $H = \{\{1, 2\}, \{\mathbb{N}, \mathbb{N}\}, \{f_1, -f_1\}\}$, kde $f_1 = \text{sign}(x - y)$.

- Má H NE?
- Má H NE ve smíšeném rozšíření? Pokud ne, dokažme.

Modifikovaná hra o největší číslo. Modifikujme hru H výše tak, že $f_1(x, y) = \text{ngis}(x, y)$, kde funkce ngis je modifikovaná funkce signum:

$$\text{ngis}(x, y) = \begin{cases} -1 & \text{pokud } x \geq 3y \\ 1 & \text{pokud } y < x < 3y \\ 0 & \text{pokud } y = x \\ -1 & \text{pokud } x < y < 3x \\ 1 & \text{pokud } y \geq 3x \end{cases} .$$

Najděme NE ve smíšených strategiích.

Oligopol. Mějme hru $H = \{\{1, 2, 3\}, \{[0, k_1], [0, k_2], [0, k_3]\}, \{f_1, f_2, f_3\}\}$, kde $f_i(x_1, x_2, x_3) = x_i c(x_1, x_2, x_3) - (n_i + v_i x_i)$ pro $i = 1, 2, 3$ a $c(x_1, x_2, x_3) = 6 - 0.5(x_1 + x_2 + x_3)$. Parametry k, v, n pro jednotlivé hráče udává následující tabulka.

| i | n_i | v_i | k_i |
|-----|-------|-------|-------|
| 1 | 3 | 0.5 | 6 |
| 2 | 2 | 0.75 | 3 |
| 3 | 1 | 2.5 | 2 |

Předpokládejme, že hráči nespolupracují. Nalezněme NE.

Hru lze interpretovat následovně: hráči jsou oligopolisté, kteří vyrábějí jistou komoditu. Hráč i má kapacitu výroby k_i , fixní náklady n_i , variabilní náklady v_i ; funkce f_i je jeho zisková funkce, skládající se z výnosů z prodeje a nákladů. Funkce c je cena, závisující na celkovém vyrobeném množství.