4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

Hlasovací hry

Miroslav Rada

Vysoká škola ekonomická v Praze

16. listopadu 2016

Volební (hlasovací) hry

Situace:

- Máme parlament o m křeslech, ve kterém je n politických stran s počty mandátů $a_1, \ldots, a_n$.
- Pro přijetí návrhu v parlamentu je třeba k hlasů, kde $k > \alpha m$ pro nějaké $0 \leq \alpha \leq 1$.
- Parametr α se nazývá *hlasovací pravidlo.*
- Platí (ne)rozumné předpoklady: členové stran hlasují jednotně, členové koalic hlasují jednotně, všechny koalice jsou stejně pravděpodobné.

Cíl:

- uvažovat situaci jako kooperativní hru a odhadnout sílu hráčů v konfliktu
- charakteristická funkce koalice K bude zřejmě

$$v(K) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \sum_{i \in K} a_k > \alpha m \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Příklad – volební hry

Zadání: Mějme politické strany s počty mandátů $50, 30, 60$. Spočtěme, jak se mění

- Shapley-Shubikův index síly (Shapleyova hodnota), a
- Banzhafův index síly (Shapleyova hodnota s jednotkovými váhami)

v závislosti na hlasovacím pravidle α.

Indexy síly:

- $S_i = \{K \subseteq N : v(K) = 1 \wedge v(K \setminus \{i\}) = 0\}$ pro všechna $i \in N$, $e_i = |S_i|$.
- Shapley-Shubik:

$$s_i = \sum_{K \subseteq S_i} \frac{(|K|-1)!(n-|K|)!}{n!},$$

- Banzhaf:

$$\beta_i = \frac{e_i}{\sum_{j \in N} e_j}$$

Právo veta

Mějme hlasování 9 hráčů se shodnou váhou. Pro přijetí návrhu je nutné alespoň 6 hlasů, z čehož 2 musí být hráči 1 a 2.
Převeďte hru na standardní hlasovací hru!