

# 4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

## Teorie vyjednávání

MIROSLAV RADA

Vysoká škola ekonomická v Praze

7. prosince 2016

# Vyjednávací hra

## Situace:

- Je dán seznam hráčů  $N = (1, \dots, n)$ .
- Je dána množina přípustných dohod  $X$ .
- Je dán seznam užitkových funkcí  $(u_1, \dots, u_n)$ , kde  $u_i : X \rightarrow \mathbb{R}$  říká, jaký užitek bude hráč  $i$  mít při jednotlivých dohodách.
- Nedohodnou-li se hráči jinak, platí dohoda  $x^0 \in X$ .

## Zjednodušení:

- Přepočteme všechno na číslo: přípustné dohody jsou  $X \subset \mathbb{R}^n$ , přijme-li se dohoda  $x \in X$  hráč  $i$  dostává  $x_i$  čehosi, z kterých dostane  $u_i(x_i)$  jednotek užitku. Symbol  $u(x)$  značí vektor užiteků hráčů pro dohodu  $x$ .
- Hra je vlastně kódována pomocí  $(X, u)$ .

## Cíl:

- Najít dohodu, která je v nějakém smyslu dobrá.
  - ... tzn. lepší než  $x^0 \dots$

# Žádoucí vlastnosti *dobré* dohody

## **Efektivnost:**

- standardní (slabá) nedominovanost:  $x^*$  je efektivní, pokud neexistuje  $x$  tak, že  $u(x) > u(x^*)$ .

## **Individuální racionalita:**

- viz kooperativní hry:  $x^*$  je individuálně racionální, pokud  $u(x^*) > u(x^0)$ .

## **Rovnost při symetrii:**

- Vyjednávací hra je symetrická, pokud pro každé  $x \in X$  pro každou permutaci  $\pi$  složek vektoru  $x$ , značenou  $\pi(x)$ , platí, že  $\pi(x) \in X$  a  $u(\pi(x)) = \pi(u(x))$ . Dohoda  $x^*$  vyhovuje rovnosti při symetrii, pokud  $u_1(x) = u_2(x) = \dots = u_n(x)$ .

## **Nezávislost na měřítku:**

- Je-li  $x^*$  řešením hry s  $(X, u)$ , pak  $x^*$  musí být řešením hry pro  $(X, au + b)$  pro konstanty  $a > 0, b$ .

## **Nezávislost na irelevantních alternativách**

- Je-li  $x^*$  řešením hry s  $(X, u)$ , pak, je-li  $X' \subseteq X$  a  $x^* \in X'$ , musí být  $x^*$  řešením  $(X', u)$ .

# Nashovo vyjednávací řešení

## Nashovo vyjednávací řešení

Optimální řešení úlohy

$$\max_{x \in X} \prod_{i \in [n]} (u_i(x) - u_i(x^0))$$

splňuje všechny *žádoucí vlastnosti*.

Zkusme pro oligopol s lineární užitkovou funkcí!

# Rovnostářské řešení

- N-jádro, pokud připouštíme jednoprvkové koalice a velkou koalici.
- Jak kooperativní hru převést na rovnostářské řešení vyjednávací hry?

# Utilitární řešení

## Utilitární řešení

Optimální řešení úlohy

$$\max_{x \in X} \sum_{i \in [n]} (u_i(x) - u_i(x^0))$$

splňuje všechny *žádoucí vlastnosti* kromě nezávislosti na měřítku.

Zkusme na oligopol s logaritmickou užitkovou funkcí!