4EK421 – zadání úkolu č. 5

Odevzdání a hodnocení

Součástí odevzdaného úkolu musí být i komentář, zejména by mělo být patrné, jak bylo řešení dosaženo, proč byly provedeny kroky, které byly provedeny, apod.

Úkol v sekci 2 se odevzdává do příslušné odevzdávárny v ISIS. Úkol je nutné odevzdat do 31. 12. 23:59 a je možné za něj získat nejvýše 4 (řádné) body.

Mimoto lze získat až 10 bonusových bodů za bonusový úkol, viz sekce 3. Tento úkol se odevzdává e-mailem na adresu miroslav.rada@vse.cz. Termín odevzdání je taktéž do 31. 12. 23:59.

Budete-li skládat zkoušku před termínem odevzdání úkolu a budete-li chtít mít jistotu, že Váš úkol všas opravím, odevzdejte úkol do odevzdávárny nejpozději 2 dny před termínem zkoušky a informujte mě emailem.

1 Personalizace zadání

Zadání si personalizujte dosazením hodnot R, M, D. Ty jsou určeny na základě data narození:

- za R dosazujte poslední dvojčíslí roku narození,
- za M dosazujte pořadové číslo měsíce narození v roce, a
- za D dosazujte pořadové číslo dne narození v měsíci.

Použité datum narození by v ideálním případě mělo být Vaše vlastní. V případě, že si nepřejete uvádět vlastní datum narození, použijte zvolte datum náhodně.

2 Rozhodování za neurčitosti: standardní metody

Popis situace. Je dána rozhodovací situace za neurčitosti. Rozhodovatel má na výběr m variant $v_1, \ldots, v_m$. Poté, co některou z variant vybere, nastane některý z n stavů světa $s_1, \ldots, s_n$. V případě, že rozhodovatel vybere variantu i, $i \in \{1, \ldots, m\}$, a nastane stav světa j, $j \in \{1, \ldots, n\}$, bude rozhodovatel čerpat známý zisk a_{ij}. Rozhodovatel nemá žádné informace o rozdělení pravděpodobností nad jednotlivými stavy světa.

Uvažujme nyní rozhodovací situaci za neurčitosti pro $m = n = 5$. Hodnoty a_{ij} jsou pro všechny myslitelné kombinace varianty a stavu světa uspořádány v matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 13 & 34 \\ 21 & 8 + \lfloor M/2 \rfloor & 3 & 1 & 0 \\ 10 + D & 10 & 0 & 3 & 1 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 4 & 8 & \lfloor R/4 \rfloor & 16 & 2 \end{pmatrix},$$

kde $\lfloor a \rfloor$ je dolní celá část čísla a (tj. číslo a zaokrouhlené na nejbližší nižší celé číslo).

Úkoly. Vyberte nejvhodnější variantu pomocí následujících standardních metod:

1. Laplaceův princip,
2. Waldův princip maximinu,
3. Hurwitzův princip vyváženého optimismu – použijte ukazatel optimismu $\alpha = (M * D + R)/(12 * 31 + 99)$ a
4. Savageův princip minimaxu ztráty.

Ke každému principu uveďte pro každou variantu hodnoty kritérií, podle kterých jste nejvhodnější variantu vybírali.

3 Bonus: princip největšího polyedru

Princip největšího polyedru. Podle principu největšího polyedru je v rozhodovací situaci za neurčitosti nejvhodnější ta varianta, která má největší očekávanou hodnotu výhry pro nejvíce potencionálních přiřazení pravděpodobností $p_1, \ldots, p_n$ jednotlivým stavům světa.

Jedno z možných odůvodnění tohoto principu je následující: poté, co rozhodovatel vybere některou z variant (ale předtím, než některý ze stavů světa skutečně nastane), dozví se pravděpodobnostní rozdělení nad stavy světa. Ve chvíli, kdy se tak stane, je jeho rozhodnutí posuzováno vyšší mocí na základě očekávané hodnoty výhry (například, je-li rozhodovatelem bezradný zaměstnanec, může onou vyšší mocí být „vždy vševědoucí" šéf). Jsou-li všechna rozdělení pravděpodobností nad stavy světa stejně pravděpodobná, maximalizuje princip největšího polyedru pravděpodobnost, že se bude při výše popsaném posuzování podle střední hodnoty výhry jevit vybraná varianta jako nejvhodnější.

Výpočet kriteriální hodnoty. Vzhledem k tomu, že množina všech potenciálních pravděpodobnostních rozdělení $p_1, \ldots, p_n$ nad stavy světa, tj. $\{p \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n p_i,\ p \geq 0\}$ je $(n-1)$-dimenzionální polyedr (vlastně, jde o speciální polyedr s pěknými vlastnostmi, tzv. *simplex*), je patrně nejvhodnějším kritériem pro porovnávání variant $(n-1)$-dimenzionální objem množiny všech pravděpodobnostních rozdělení, pro které je nejlepší ta která varianta.

Pro variantu ℓ je tedy kriteriální hodnota určena jako

$$k_\ell = vol\left(\left\{p \in \mathbb{R}^n : \sum_{j=1}^n p_j = 1,\ p \geq 0,\ \sum_{j=1}^n p_j a_{\ell j} \geq \sum_{j=1}^n p_j a_{ij},\ i = 1, \ldots, m\right\}\right).$$

Zadání úkolu. Uvažujte rozhodovací situaci ze sekce 2. Spočítejte kriteriální hodnoty jednotlivých variant podle odstavce výše.

Úkol není nutné řešit pro celou matici A. Lze si vybrat z následujících možností.

1. Lze se omezit pouze na první 3 stavy světa, tj. brát v úvahu pouze první 3 sloupce matice A. Úkol se pak zredukuje na výpočty 2dimenzionálních objemů a bude s ohledem na razantní snížení obtížnosti hodnocen nejvýše dvěma body.
2. Lze se omezit také na první 4 stavy světa, v takovém případě bude úkol hodnocen nejvýše 5 body.
3. Za vyřešení úlohy pro celou matici A lze získat nejvýše 10 bodů.

Zadání úkolu zakončeme obhajobou principu citátem z inspirativních skript prof. Maňase – byť lze o samotném obsahu citátu do nezanedbatelné míry polemizovat.

> *„Princip maximálního polyedru je bezkonkurenčně logicky nejpřesvědčivější princip rozhodování při neurčitosti.“*
> Miroslav Maňas, Teorie her a konflikty zájmů, 2002, s. 79