4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

Teorie vyjednávání

Miroslav Rada

15. listopadu 2022

Vysoká škola ekonomická v Praze

Model vyjednávací hry

Situace:

- hráči se v jisté situaci mohou dohodnout na kooperaci
- dohodnou-li se, dostanou předepsané výplaty
- nedohodnou-li se, dostanou výplatu podle *bodu nedohody*

Formalizace:

- seznam hráčů $N = (1, \dots, n)$
- bod nedohody $d = (d_1, \dots, d_n)$
- prostor dohod $P \subseteq \mathbb{R}^n$

Cíl:

- najít vhodné $p^* \in P$, resp. množinu $P^* \subseteq P$ vhodných p^*

Značení:

- p_i resp. d_i reprezentuje užitek i-tého hráče
- $G = (N, d, P)$

Axiomatický přístup

- **Individuální racionalita –** p^* musí splňovat $p_i^* \geq d_i$ pro všechna i
- **Paretovská optimalita –** k dohodě nesmí existovat $p \in P$ tak, že $p \gneqq p^*$
- **Symetrie –** nechť existuje i, j tak, že pro všechna $p^1 \in P$ existuje $p^2 \in P$ tak, že $p_i^1 = p_j^2$ a $p_i^2 = p_j^1$, pak pro všechna $p^* \in P^*$ platí, že $p_i^* = p_j^*$
- **Nezávislost na měřítku –** mějme afinní zobrazení $T : x \mapsto ax + b$. Uvažme vyjednávací hru, která vznikne z G takto: užitková funkce i-tého hráče je transformována zobrazením T. Označme množinu jejích vhodných dohod P''. Je-li $p^* \in P^*$, pak $(p_1^*, \dots, p_{i-1}^*, T(p_i^*), p_{i+1}^*, \dots, p_n^*) \in P''$.
- **Nezávislost na irelevantních alternativách –** Uvažme hru, která vznikne z G záměnnou množiny dohod za $P' \subset P$, tak, že $P^* \subseteq P'$. Označíme-li množinu vhodných dohod v této nové hře P'', pak $P'' = P^*$.
- **Monotónnost –** uvažme hru, která vznikne z G záměnnou P za P', kde $P \subset P'$. Množinu vhodných dohod v této nové hře označme P''. Pak existuje $p'' \in P''$ tak, že pro všechna $p^* \in P^*$ a všechna $i \in N$ platí $p_i'' \geq p_i^*$.

Návrhy řešení

Množina dohod: $P = \{p \mid p \in P, p \geq d\}$ nebo $P = \text{conv}(\{p \mid p \in P, p \geq d\})$

Nash

- všechny axiomy kromě monotónnosti
- $p^* = \arg\max_{p \in P} \prod_{i=1}^{n} (p_i - d_i)$

Kalai – rovnostářské

- všechny axiomy kromě nezávislosti na měřítku
- $p^* = \arg\max_{p \in P} \min_{i=1}^{n} (p_i - d_i)$

Utilitární

- nefunguje symetrie a nezávislost na měřítku
- $p^* = \arg\max_{p \in P} \sum_{i=1}^{n} (p_i - d_i)$

Kalai-Smorodinsky

- všechny axiomy kromě nezávislosti na irelevantních alternativách
- spočtěme pro všechna $i \in N$ hodnotu $b_i = \max_{p \in P} p_i$
- $p^* = \arg\max_{p \in P} \min_{i=1}^{n} (p_i - d_i)/(b_i - d_i)$

Příklad k řešení

Situace

- máme tři hráče, kteří vyjednávají o vlastnictví 16 věcí, každá z nich je na počátku ve vlastnictví některého z hráčů
- pro každou věc a každého hráče je dán užitek, který danému hráči z vlastnictví dané věci bude plynout
- celkový užitek hráče je součtem užitků za věci, které vyjedná do svého vlastnictví
- Užitky jsou **zde**

Cíl

- spočtěme jednotlivá vyjednávací řešení, pokud každá věc musí být ve výlučném vlastnictví
- spočtěme jednotlivá vyjednávací řešení, pokud se hráči o vlastnictví mohou dělit