

# 4EK421 Teorie her a ekonomické rozhodování

## Teorie vyjednávání

---

MIROSLAV RADA

3. prosince 2024

Vysoká škola ekonomická v Praze

# Model vyjednávací hry

## Situace:

- hráči se v jisté situaci mohou dohodnout na kooperaci
- dohodnou-li se, dostanou předepsané výplaty
- nedohodnou-li se, dostanou výplatu podle *bodu nedohody*

## Formalizace:

- seznam hráčů  $N = (1, \dots, n)$
- bod nedohody  $d = (d_1, \dots, d_n)$
- prostor dohod  $P \subseteq \mathbb{R}^n$

## Cíl:

- najít vhodné  $p^* \in P$ , resp. množinu  $P^* \subseteq P$  vhodných  $p^*$

## Značení:

- $p_i$  resp.  $d_i$  reprezentuje užitek  $i$ -tého hráče
- $G = (N, d, P)$

# Axiomický přístup

- **Individuální racionalita** –  $p^*$  musí splňovat  $p_i^* \geq d_i$  pro všechna  $i$
- **Paretoovská optimalita** – k dohodě nesmí existovat  $p \in P$  tak, že  $p \succcurlyeq p^*$
- **Symetrie** – necht existuje  $i, j$  tak, že pro všechna  $p^1 \in P$  existuje  $p^2 \in P$  tak, že  $p_i^1 = p_j^2$  a  $p_j^1 = p_i^2$ , pak pro všechna  $p^* \in P^*$  platí, že  $p_i^* = p_j^*$
- **Nezávislost na měřítku** – mějme afinní zobrazení  $T : x \mapsto ax + b$ .  
Uvažme vyjednávací hru, která vznikne z  $G$  takto: užitková funkce  $i$ -tého hráče je transformována zobrazením  $T$ . Označme množinu jejích vhodných dohod  $P''$ . Je-li  $p^* \in P^*$ , pak  $(p_1^*, \dots, p_{i-1}^*, T(p_i^*), p_{i+1}^*, \dots, p_n^*) \in P''$ .
- **Nezávislost na irelevantních alternativách** – Uvažme hru, která vznikne z  $G$  záměnnou množinou dohod za  $P' \subset P$ , tak, že  $P^* \subseteq P'$ .  
Označíme-li množinu vhodných dohod v této nové hře  $P''$ , pak  $P'' = P^*$ .
- **Monotónnost** – uvažme hru, která vznikne z  $G$  záměnnou  $P$  za  $P'$ , kde  $P \subset P'$ . Množinu vhodných dohod v této nové hře označme  $P''$ . Pak existuje  $p'' \in P''$  tak, že pro všechna  $p^* \in P^*$  a všechna  $i \in N$  platí  $p_i'' \geq p_i^*$ .

# Návrhy řešení

Množina dohod:  $P = \{p \mid p \in P, p \geq d\}$  nebo  $P = \text{conv}(\{p \mid p \in P, p \geq d\})$

## Nash

- všechny axiomy kromě monotónnosti
- $p^* = \arg \max_{p \in P} \prod_{i=1}^n (p_i - d_i)$

## Kalai – rovnostářské

- všechny axiomy kromě nezávislosti na měřítku
- $p^* = \arg \max_{p \in P} \min_{i=1}^n (p_i - d_i)$

## Utilitární

- nefunguje symetrie a nezávislost na měřítku
- $p^* = \arg \max_{p \in P} \sum_{i=1}^n (p_i - d_i)$

## Kalai-Smorodinsky

- všechny axiomy kromě nezávislosti na irelevantních alternativách
- spočtíme pro všechna  $i \in N$  hodnotu  $b_i = \max_{p \in P} p_i$
- $p^* = \arg \max_{p \in P} \min_{i=1}^n (p_i - d_i) / (b_i - d_i)$

# Příklad k řešení

## Situace

- máme tři hráče, kteří vyjednávají o vlastnictví 16 věcí, každá z nich je na počátku ve vlastnictví některého z hráčů
- pro každou věc a každého hráče je dán užitek, který danému hráči z vlastnictví dané věci bude plynout
- celkový užitek hráče je součtem užiteků za věci, které vyjedná do svého vlastnictví
- Užitky jsou **zde**

## Cíl

- spočtíme jednotlivá vyjednávací řešení, pokud každá věc musí být ve výlučném vlastnictví
- spočtíme jednotlivá vyjednávací řešení, pokud se hráči o vlastnictví mohou dělit